Les seuls objets autorisés sont :
- une feuille A4 manuscrite recto-verso
- stylos, etc.
Les calculatrices et les téléphones ne sont pas autorisés.
Les réponses finales à chaque question doivent être reportées sur l'énoncé dans les cases prévues à cet effet. La justification détaillée et propre est à rendre sur le papier quadrillé fourni.
Un feuillet quadrillé par exercice
Inscrivez votre nom sur chacun des feuillets ! Et numérotez-les i/n
L'examen comporte 4 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 40 points.

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

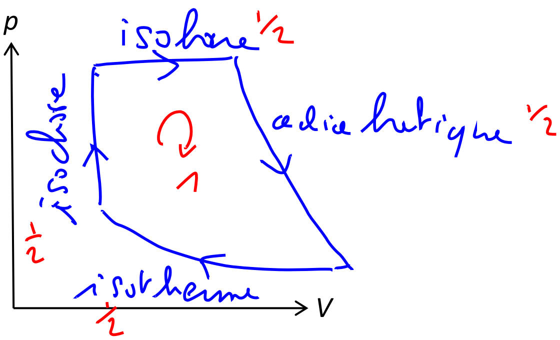
ercice 1 Cycles (Les trois questions sont indépendantes) (Examen 2015) 10 points

1. On considère un gaz parfait et des transformations quasi-statiques. Dans un diagramme de Clapeyron (diagramme $p(V)$), tracer un cycle moteur composé de : une transformation isochore ($V = \text{cst}$), une transformation isobare ($p = \text{cst}$), une transformation adiabatique et une transformation isotherme (plusieurs solutions sont possibles).

3

1 sens

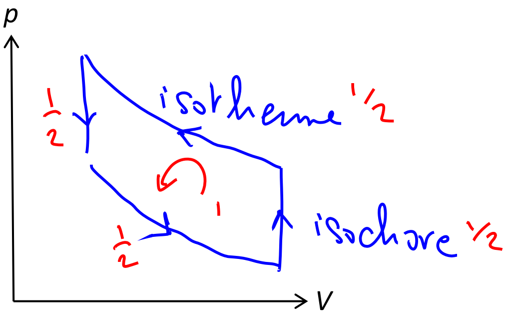
1/2 transformation



2. Même question pour un cycle résistant (qui reçoit un travail de l'extérieur) entre deux isothermes et deux isochores.

3

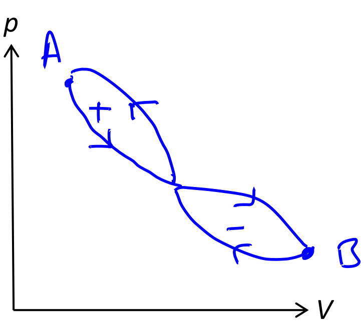
idem



1

3. Expliquer pourquoi un cycle constitué d'une transformation quasi-statique allant d'un état A vers un état B, puis un retour empruntant exactement le même chemin en sens inverse a un travail nul. Faire un schéma possible sur un diagramme $p(V)$ d'un cycle dont le travail est nul mais pour lequel les chemins de A vers B et B vers A sont différents.

3



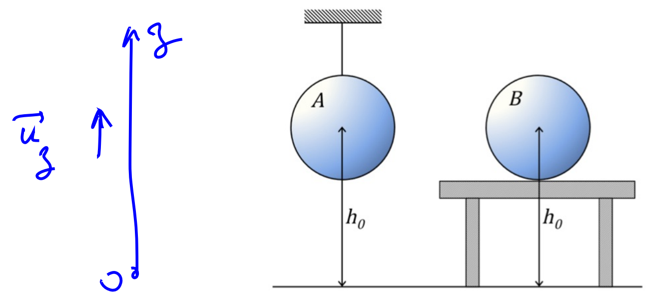
2 pour le schéma

1 pour l'explication

Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

Exercice 2 Les deux sphères (Examen 2013) 15 points

On considère deux sphères métalliques A et B, identiques et homogènes, de masse m et de rayon R. Les deux sphères sont initialement à température T_0. La sphère A est suspendue par un fil inextensible. La sphère B est posée sur une table. Les deux sphères ont le même coefficient de dilatation thermique, α, tel que $\Delta R = \alpha R_0 \Delta T$, où ΔR est la variation du rayon R_0 induit par une variation ΔT de la température. De plus, on suppose les sphères parfaitement isolées et il n'y a pas d'échange de chaleur entre les sphères, le fil, la table et l'air. On chauffe les deux sphères avec la même quantité d'énergie E, les températures des deux sphères augmentent et les sphères se dilatent. Soit C, la capacité calorifique des sphères, qui définit le coefficient de proportionnalité entre l'augmentation de température (dT) et la chaleur échangée $\delta Q = CdT$. On néglige le travail des forces de pression lors de la dilatation et on peut écrire : $\Delta U = C\Delta T$; où U est l'énergie interne de la sphère.



1. Lors de la dilatation le point d'attache de la sphère A est fixe alors que c'est le point de contact sur la table pour la sphère B qui est fixe. Exprimer les variations de hauteur, Δh, du centre de masse des sphères pour une variation de température ΔT.

5

2,5 $\Delta h_A =$ $-\alpha R_0 \Delta T$

2,5 $\Delta h_B =$ $+\alpha R_0 \Delta T$

2. Soit g l'accélération de la pesanteur. Exprimer le travail (W_A et W_B) du poids des sphères lié à la dilatation pour chacune des sphères, préciser si c'est un travail moteur ou résistant.

5

2 $W_A =$ $mg\alpha R_0 \Delta T > 0$

0,5 ☒ *moteur* ☐ *résistant*

2 $W_B =$ $-mg\alpha R_0 \Delta T < 0$

0,5 ☐ *moteur* ☒ *résistant*

3. En déduire les températures finales (T_A et T_B) de chacune des sphères en fonction de E, C, α, R, m et g. Montrer qu'une sphère est plus chaude que l'autre, quelle en est la raison physique ? 1pt

5

2 $T_A =$ $T_0 + \dfrac{E}{C - mg\alpha R_0}$

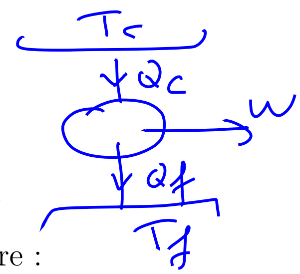
2 $T_B =$ $T_0 + \dfrac{E}{C + mg\alpha R_0} < T_A$

Nom : .... **Prénom :** .... **Section :** .... **No :** ......

Exercice 3 Centrale nucléaire (adapté de l'examen 2013) 15 points

Une centrale nucléaire est installée le long d'un fleuve dont l'eau à la température T_f est utilisée comme source froide. La source chaude est constituée par le réacteur à la température T_c. La turbine de la centrale fonctionne comme un moteur thermique et échange par cycle de durée τ les quantités de chaleur Q_c et Q_f avec les sources chaudes et froides et un travail W avec l'extérieur.

1. Préciser les signes de Q_c et Q_f.



2

1 $Q_c > 0$

1 $Q_f < 0$

4

2. En supposant toutes les transformations réversibles, écrire les relations entre :
   (a) Q_c, Q_f et la puissance P délivrée à l'extérieur par la centrale ($P = -W/\tau$).

1 pt $P = -\frac{W}{\tau} = \frac{Q_c + Q_f}{\tau}$

   (b) T_c, T_f, Q_c et Q_f.

1 pt $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$

   (c) Le rendement η_m de la centrale en fonction de Q_c et Q_f.

1 pt $\eta_m = -\frac{W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$

   (d) Le rendement maximum possible de la centrale en fonction de T_c et T_f.

1 pt $\eta_m = 1 - \frac{T_f}{T_c}$

3. En pratique le rendement réel η_r est plus faible que le rendement maximum, $\eta_r < \eta_m$, à cause de phénomènes irréversibles. Pour une même puissance P, la centrale échange une quantité de chaleur par cycle Q_c^r avec la source chaude et Q_f^r avec la source froide. Exprimer η_r en fonction de Q_f^r et Q_c^r.

3 $\eta_r = 1 + \frac{Q_f^r}{Q_c^r}$

4. Le gouvernement du pays refuse de communiquer des informations sur la puissance de la centrale. Un citoyen ordinaire mesure la différence de température du fleuve entre l'amont et l'aval de la centrale, il trouve $T_f = 27°\mathrm{C} = 300\,\mathrm{K}$ et $\Delta T = T_{\text{aval}} - T_{\text{amont}} = 1,5\,\mathrm{K}$. Selon un club de pêche local, le débit volumique du fleuve est $D = 400\,\mathrm{m^3/s}$ (D est donc le volume d'eau qui s'écoule par unité de temps). Exprimer Q_f^r en fonction de ΔT, D, la capacité calorifique massique de l'eau C et la masse volumique de l'eau ρ et τ.

3 $Q_f^r = -\rho D \tau C \Delta T$

2 pour $Q_f^r = -mC\Delta T$

1 pour $m = \rho D \tau$

5. Exprimer P en fonction de η_r et Q_f^r. Par ailleurs, ce citoyen a trouvé que ce type de centrale fonctionne généralement avec $T_c = 900\,\mathrm{K}$ et que le rendement de la turbine est de l'ordre de $\epsilon = 50\%$ du rendement maximum de Carnot, η_m. Quelle est la puissance de la centrale ? On donne $C = 4000\,\mathrm{J/(K\,kg)}$ et $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

③ 2pt $P =$ $-\eta_r Q_f^r / (1-\eta_r)\tau$

1pt A.N. : $P =$ 1,2 GW

Ex 1

Question 3 - Le travail est la surface à l'intérieur du cycle. Si le chemin utilisé pour le retour de B à A l'aire dans le cycle est nulle

- Le travail est compté positivement si le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique et négativement si il est parcouru dans le sens horaire. Dans le cycle proposé les deux aires sont comptées avec les signes opposés et se compensent.

Ex 2

Question 1 La dilatation de la sphère induit un changement de rayon $\Delta R = \alpha R_0 \Delta T$.
Pour la sphère A le centre de gravité descend de $\Delta h_A = -\alpha R_0 \Delta T$ tandis que pour la sphère B le centre de gravité monte de $\Delta h_B = \alpha R_0 \Delta T$.

Question 2 Le poids est $\vec{F} = -mg\vec{u}_z$ et le déplacement $\Delta h \vec{u}_z$. Le travail $\vec{F}.\Delta h\vec{u}_z$ s'écrit donc pour la sphère A :

$$W_A = -mg\,\Delta h_A = mg\,\alpha R_0\,\Delta T = mg\,\alpha R_0 (T_A - T_0)$$

$W_A > 0$ c'est un travail moteur

Pour la sphère B $\quad W_B = -mg\,\Delta h_B$

$$W_B = -mg\,\alpha R_0\,\Delta T$$

$W_B < 0$ c'est un travail résistant. Le centre de gravité de la sphère a monté et la sphère a gagné de l'énergie potentielle.

<u>Question 3</u>

On applique le premier principe de la thermodynamique :

$$\mathcal{E} = \Delta E_p + \Delta E_c + \Delta U$$

$\Delta E_c = 0$, $\Delta U = C\,\Delta T$ et par définition de l'énergie potentielle $\Delta E_p = -W_A$ pour la sphère A et $\Delta E_p = -W_B$ pour la sphère B.

Pour A :

$$\mathcal{E} = -W_A + C\Delta T$$

$$= mg\,\Delta h_A + C(T_A - T_0)$$

$$= -mg\,\alpha R_0 (T_A - T_0) + C(T_A - T_0)$$

$$\Longrightarrow \quad T_A = T_0 + \frac{\mathcal{E}}{C \cancel{+} mg\,\alpha R_0}$$

Pour B :

$$\mathcal{E} = -W_B + C\Delta T$$

$$=$$

$$\Longrightarrow \quad T_B = T_0 + \frac{E}{C + mg\alpha R_0}$$

$T_B < T_A$ car le centre de masse de la sphère B est monté durant la dilatation et une partie de E a été utilisée sous forme d'énergie potentielle pour soulever B.

Exercice 3

Question 1 Le cycle est un cycle moteur

$$W < 0 \quad Q_c > 0 \quad \text{et} \quad Q_f < 0$$

Question 2

a) La variation d'énergie interne est nulle au cours du cycle $W + Q_c + Q_f = 0$

donc $P = -\frac{W}{\tau} = \frac{Q_c + Q_f}{\tau}$

b) Relation de Clausius (machine réversible)

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$$

c) $\eta_m = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$

d) pour une machine réversible, le rendement est le rendement maximum

$$\eta_m = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Question 3

$$\eta_r = \frac{Q_f^r + Q_c^r}{Q_c^c} = 1 + \frac{Q_f^r}{Q_c^r}$$

Question 4

Durant la durée τ la masse d'eau qui circule est $m = \rho D \tau$ et cette masse s'échauffe de ΔT et reçoit la quantité de chaleur $-Q_f^r$ donc

$$-Q_f^r = \rho D \tau c \Delta T$$

Question 5

Par définition le rendement s'écrit

$$\eta_r = -\frac{W}{Q_c^r} \quad \text{avec} \quad W + Q_c^r + Q_f^r = 0$$

$$\text{et} \quad P = -\frac{W}{\tau}$$

on en déduit $\eta_r = \dfrac{-P\tau}{-P\tau + Q_f^r}$

$$\Rightarrow \quad \eta_r (Q_f^r - P\tau) = -P\tau$$

$$\Rightarrow \quad P = -\frac{\eta_r Q_f^r}{(1-\eta_r)\tau} = \frac{\eta_r \rho D c \Delta T}{1-\eta_r}$$

AN : $\eta_m = 1 - \dfrac{300}{900} = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad \eta_r = \varepsilon \eta_m = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

$Q_f^r = -1000 \times 4000 \times 400 \times 1{,}5 = -2{,}4\ 10^9\ \text{J} = -2{,}4\ \text{GJ}$

$$P = \frac{1}{3} \frac{2{,}4 \cdot 10^9}{1 - \frac{1}{3}} = 1{,}2\ 10^9\ \text{W} = 1{,}2\ \text{GW}$$